

Niepewność pomiaru masy w praktyce

RADWAG Wagi Elektroniczne

Z wszystkimi pomiarami nierozłącznie jest związana niepewność ich wyników. Podając wyniki pomiarów wielkości fizycznych, należy podać również informację ilościową o dokładności danych pomiarów. Jest to niezbędne dla każdego, kto wykorzystuje dane pomiary w swojej pracy, aby oszacować ich wiarygodność. Bez takiej informacji wyniki pomiarów nie mogą być porównywane ze sobą, ani z wartościami odniesienia podawanymi w specyfikacjach lub normach. Konieczne jest więc obliczanie i wyrażanie niepewności pomiaru.

Pojęcie niepewności, jako pewnej liczbowo wyrażonej cechy, jest stosunkowo nowe w historii pomiarów, choć błąd i analiza błędów od dawna są częścią metrologii.

Po obliczeniu wszystkich znanych lub oczekiwanych składowych błędów i po wprowadzeniu odpowiednich poprawek, pozostaje jeszcze niepewność, co do poprawności tak otrzymanego wyniku oraz wątpliwość, na ile wynik pomiaru dobrze reprezentuje wartość wielkości mierzonej.

Idealna metoda szacowania i wyrażania niepewności pomiaru powinna być uniwersalna, by mogła mieć zastosowanie do wszystkich rodzajów pomiarów i wszystkich typów danych wejściowych używanych w pomiarach.

W wielu zastosowaniach przemysłowych i handlowych, w ochronie zdrowia i zapewnieniu bezpieczeństwa, podawany jest często przedział wokół wyniku pomiaru, obejmujący dużą część rozkładu wartości, które w uzasadniony sposób można przyjąć za wielkości stanowiącej przedmiot pomiaru.

Niepewność jest nierozzerwalnie związana z wynikami pomiarów i badań. W ostatnich latach zaczęto przywiązywać znaczącą uwagę niepewności – zarówno w odniesieniu do typowych pomiarów laboratoryjnych i przemysłowych, ale też przy analizach innych wyników (np. kontroli dostaw detali do produkcji).

Czym jest niepewność pomiaru? Według Międzynarodowego Słownika Podstawowych i Ogólnych Terminów Metrologii niepewność pomiaru (*uncertainty of measurement*) jest to związany z wynikiem pomiaru parametr, charakteryzujący rozrzut wartości, które można w uzasadniony sposób przypisać wielkości mierzonej.

Takim parametrem może być na przykład odchylenie standardowe lub jego wielokrotność – odchylenie standardowe z serii pomiarów jest również niepewnością. Dochodzimy w tym miejscu do podziału niepewności ze względu na pochodzenie parametrów – możemy podzielić ją na dwa rodzaje: typu A oraz typu B. W dalszej części przedstawimy również podział na niepewność złożoną i rozszerzoną.

Niepewność typu A

Metoda typu A obliczania niepewności standardowej polega na analizie statystycznej serii obserwacji. Niepewność standardowa w tym przypadku to odchylenie standardowe. Metoda ta wymaga odpowiednio dużej liczby powtórzeń pomiaru i ma zastosowanie do błędów przypadkowych. Stosuje się ją wtedy, gdy istnieje możliwość przeprowadzenia wie-

lu powtórzeń pomiaru tej samej wielkości w identycznych warunkach pomiarowych. Przykładem może być pomiar powtarzalności wagi elektronicznej. Wykonujemy w określonym punkcie pomiarowym (według PN-EN 45501:1992 jest to punkt bliski maksymalnemu obciążeniu) serię na przykład dziesięciu powtórzeń. Ważne jest, aby pomiary wykonać tym samym wzorcem masy, przez tego samego operatora, w miarę krótkim przedziale czasu, przy nie zmieniających się warunkach środowiskowych.

Po wykonaniu pomiarów możemy obliczyć odchylenie standardowe według zależności:

$$s(x) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

gdzie: n – liczba powtórzeń (pomiarów)

x_i – wynik i tego pomiaru,

\bar{x} – wartość średnia wyniku pomiarów dla n powtórzeń, obliczona według zależności:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Obie zależności są znane z matematyki i powszechnie stosowane w analizach pomiarów.

Dla niepewności typu A przyjmuje się rozkład normalny, który graficznie przedstawia się za pomocą krzywej Gaussa. Do bardzo dużej ilości pomiarów (np. $n = 400$) możemy sobie doświadczalnie samemu wyznaczyć taką krzywą. Jest to dobry przykład, który można wykorzystać do szkolenia młodych adeptów sztuki pomiaru w celu zrozumienia zjawiska.

Niepewność pomiaru zawiera na ogół wiele składników. Niektóre z nich można wyznaczyć na podstawie rozkładu statystycznego wyników szeregu pomiarów i można je scharakteryzować odchyleniem standardowym, tak jak to przedstawiono powyżej. Inne składniki niepewności, które mogą również zostać scharakteryzowane odchyleniami standardowymi, są szacowane na podstawie zakłada-

nych rozkładów prawdopodobieństwa opartych na doświadczeniu lub innych informacjach. Dochodzimy w ten sposób do drugiego typu niepewności – B.

Niepewność typu B

Niepewność typu B wyznaczana jest za pomocą analizy naukowej opartej na wszystkich dostępnych informacjach na temat zmienności wielkości wejściowej. Tymi informacjami mogą być: dane uzyskane z wcześniej przeprowadzonych pomiarów, posiadane doświadczenie, właściwości odpowiednich materiałów i przyrządów pomiarowych. Wykorzystuje się też informacje pochodzące ze specyfikacji producenta oraz niepewności związane z danymi odniesienia, uzyskane z podręczników, publikacji naukowych lub też innych źródeł. Ważną informacją są oczywiście także dane uzyskane ze świadectw wzorcowania przyrządów pomiarowych, wzorców wielkości fizycznych lub też z innych certyfikatów.

Posiłkując się wspomnianą wcześniej wagą elektroniczną możemy określić dla niej składowe niepewności typu B, którymi są:

- wartość działki elementarnej d ,
- powtarzalność wagi, której miarą może być odchylenie standardowe wyznaczone wcześniej przez operatora lub podczas wzorcowania,
- błąd wskazania wagi określony w świadectwie wzorcowania,
- niepewność wyznaczenia błędu wskazania.

Oczywiście przy głębszej analizie można się doszukać wielu innych parametrów, jednak w zależności od dokładności pomiaru, mogą one nie mieć wpływu na wartość niepewności.

W przypadku analizy niepewności typu B, najczęściej przyjmuje się rozkład prostokątny. W związku z tym, aby obliczyć wartość niepewności, dane wielkości wejściowych w tym przypadku należy podzielić przez $\sqrt{3}$. W przypadku rozdzielczości przyrządu,

gdzie można jedynie oszacować górną i dolną granicę wartości wielkości wejściowej, niepewność obliczamy dzieląc wartość działki elementarnej przez $2\sqrt{3}$. Niepewność wyznaczenia błędu wskazania wyznaczamy dzieląc niepewność rozszerzoną (podaną w świadectwie wzorcowania) przez współczynnik rozszerzenia k , również podany w świadectwie wzorcowania. Zaprowadziło nas to do kolejnych definicji, a mianowicie do niepewności złożonej i rozszerzonej.

Niepewność złożona

Niepewność złożona – najprościej mówiąc – to połączona niepewność typu A i typu B. W praktyce występują zazwyczaj niepewności złożone, występują jednak pewne przypadki, gdzie cała analiza niepewności sprowadza się do typu B.

Jednym z parametrów jest również tzw. współczynnik wrażliwości, związany z wielkością wejściową. Jest to pochodna cząstkowa, opisująca jak estymata wielkości wyjściowej zmienia się wraz ze zmianami wartości estymat wejściowych. Parametr ten opisuje zależność:

$$c_i = \frac{\partial f}{\partial x_i} = \frac{\partial f}{\partial X_i} \Big|_{x_1=x_1 \dots x_N=x_N}$$

gdzie: c_i – współczynnik wrażliwości

x_i – estymata wielkości wejściowej

X_i – wartość wielkości wejściowej

Udział w złożonej niepewności standardowej określony jest zależnością:

$$u_i(y) = c_i \cdot u(x_i)$$

gdzie: $u_i(y)$ – udział w złożonej niepewności standardowej

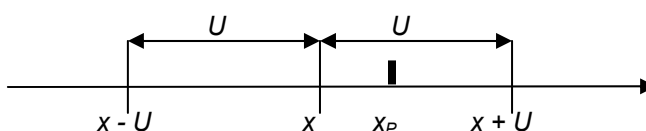
c_i – współczynnik wrażliwości

$u(x_i)$ – niepewność standardowa

Niepewność rozszerzona

Niepewność rozszerzona to wielkość definiująca przedział wartości wokół wyniku pomiaru, który zgodnie z oczekiwaniami może obejmować dużą część rozkładu wartości, które w sposób uzasadniony przypisywane są wielkości mierzonej.

Zgodnie z Międzynarodowym Przewodnikiem Wyrażania Niepewności Pomiaru, do oznaczania niepewności przyjęto literę u , natomiast do oznaczania niepewności rozszerzonej przyjęto literę U . Graficznie niepewność pomiaru przedstawia poniższy rysunek:



gdzie: x – wynik pomiaru

x_p – wartość mierzona

W wyniku pomiaru wielkości x_p otrzymano wynik x . Jak widać, wynik pomiaru nie jest równy wartości mierzonej – w przyrodzie nie ma dokładnych wyników pomiarów. Można jedynie mówić o przedziale, w którym wartość mierzona się znajduje. W zależności od dokładności pomiaru oraz od niepewności z tym pomiarem związanej, przedział ten może mieć większy lub mniejszy zakres. Jest to zależne między innymi od zastosowanego wyposażenia pomiarowego, warunków środowiskowych podczas pomiarów, operatora, ale i również od poprawnej analizy niepewności pomiaru.

Współczynnik rozszerzenia k jest to liczbowy współczynnik, zastosowany jako mnożnik złożonej niepewności standardowej, w celu otrzymania niepewności rozszerzonej.

Niepewność rozszerzoną opisuje więc zależność:

$$U = k \cdot u(x)$$

gdzie: U – niepewność rozszerzona

k – współczynnik rozszerzenia

$u(x)$ – niepewność złożona

W przypadkach, gdy rozkład wielkości mierzonej można scharakteryzować rozkładem normalnym (Gausa), a niepewność standardowa związana z estymatą wielkości wyjściowej jest wystarczająco wiarygodna, standardowo stosuje się współczynnik rozszerzenia $k = 2$. Taka przypisana rozszerzona niepewność pomiaru odpowiada poziomowi ufności, wynoszącemu około 95 %. Warunki te są spełnione w większości przypadków występujących przy wzorcowaniu – dlatego międzynarodowe organizacje postanowiły, że laboratoria wykonujące wzorcowanie akredytowane przez członków EAL, będą podawać niepewność rozszerzoną pomiaru U , uzyskaną z pomnożenia niepewności standardowej $u(y)$ estymaty y wielkości wyjściowej przez współczynnik rozszerzenia $k = 2$.

Mówiąc o niepewności pomiaru musimy pamiętać, że jest ona efektem błędów przypadkowych, jakie występują w procesie pomiarowym. Błąd pomiaru (*error of measurement*) według Międzynarodowego Słownika Podstawowych i Ogólnych Terminów Metrologii to różnica między wynikiem pomiaru, a wartością prawdziwą wielkości mierzonej.

Zgodnie z tym źródłem możemy określić następujące błędy:

- błąd względny (*relative error*), jako stosunek błędu pomiaru do wartości prawdziwej wielkości mierzonej,
- błąd przypadkowy (*random error*), jako różnica między wynikiem pomiaru, a średnią z nieskończonej liczby wyników pomiarów tej samej wielkości mierzonej, wykonywanych w warunkach powtarzalności.
- błąd systematyczny (*systematic error*), jako różnica między średnią z nieskończonej liczby wyników pomiarów tej samej wielkości mierzonej. Z pojęciem błędu systematycznego wiąże się też po-

prawka (*correction*), jako wartość dodana do surowego wyniku pomiaru w celu skompensowania błędu systematycznego. Najkrócej można ją zdefiniować jako błąd pomiaru ze znakiem przeciwnym.

Poniżej przedstawiono najprostszy przykład oszacowania niepewności pomiaru przy odważaniu próbki o masie 5 gramów, za pomocą wagi elektronicznej o działce elementarnej 0,01 mg.

Według procedur szacowania niepewności pomiaru, pierwszym punktem jest określenie równania pomiaru, które będzie zawierało wszelkie elementy na niego wpływające.

W naszym przykładzie równanie przybierze postać:

$$m = m_0 + \delta m_1 + \delta m_2 + \delta m_3 + \delta m_4$$

gdzie: m – odważana masa

m_0 – zważona masa

δm_1 – powtarzalność wskazań wagi

δm_2 – działka elementarna wagi

δm_3 – błąd wskazań wagi

δm_4 – niepewność wyznaczenia błędu wskazań

Po poprawnym zapisaniu równania pomiaru należy zapisać równanie niepewności pomiaru, w którym obliczamy niepewności wszystkich składowych z równania:

$$u^2(m) = u^2(\delta m_1) + u^2(\delta m_2) + u^2(\delta m_3) + u^2(\delta m_4)$$

$$c_i = 1$$

Współczynnik wrażliwości jest w tym przypadku równy 1 dla wszystkich składowych niepewności. Kolejnym punktem jest obliczenie niepewności poszczególnych składowych wielkości wejściowych:

– zważona masa – m_0 : po umieszczeniu próbki na wadze wskazała ona wartość 5000 mg (dla uproszczenia wszystkie wyniki będą podawane w mg),

– powtarzalność wskazań wagi – δm_1 : na podstawie kilku serii pomiarów wyznaczono odchylenie standardowe $s = 0,02$ mg,

– działka elementarna wagi – δm_2 : działka elementarna δ zastosowanej wagi analitycznej wynosi 0,01 mg, w związku z tym niepewność pochodząca od rozdzielczości przyrządu będzie wynosić:

$$u(m_2) = \frac{0,01 \text{ mg}}{2\sqrt{3}} = 0,0029 \text{ mg}$$

– błąd wskazania wagi – δm_3 : świadectwo wzorcowania użytej wagi dla punktu 5 g podaje błąd wskazania + 0,01 mg, przy niepewności pomiaru

$U = 0,02$ mg i współczynnika rozszerzenia $k = 2$. Niepewności obliczamy:

$$u(m_3) = \frac{0,01 \text{ mg}}{\sqrt{3}} = 0,0058 \text{ mg}$$

$$u(m_4) = \frac{0,02 \text{ mg}}{2} = 0,01 \text{ mg}$$

Kolejnym krokiem jest zebranie wszystkich wyników i opracowanie budżetu niepewności, dzięki któremu możemy zaobserwować, która składowa ma największy wkład w całą niepewność (tabela 1). Wartość niepewności jest określona jako pierwiastek sumy kwadratów wszystkich niepewności składowych (udziałów w złożonej niepewności).

| Symbol wielkości | Estymata wielkości | Niepewność standardowa | Rozkład prawdopodobieństwa | Współczynnik wrażliwości | Udział w złożonej niepewności |
|------------------|--------------------|------------------------|----------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| m_0 | 5000 mg | - | - | - | - |
| δm_1 | 0 mg | 0,0200 mg | <i>normalny</i> | 1 | 0,0200 mg |
| δm_2 | 0 mg | 0,0029 mg | <i>prostokątny</i> | 1 | 0,0029 mg |
| δm_3 | 0 mg | 0,0058 mg | <i>prostokątny</i> | 1 | 0,0058 mg |
| δm_4 | 0 mg | 0,0100 mg | <i>normalny</i> | 1 | 0,0100 mg |
| m | 5000 mg | | | Niepewność | 0,023 mg |

Tabela 1. Przykład budżetu niepewności.

Zgodnie z procedurą, kolejnym krokiem jest obliczenie niepewności rozszerzonej U . Przyjęto w przykładzie współczynnik rozszerzenia $k = 2$, co odpowiada poziomowi ufności około 95%.

Stosując zależność opisującą niepewność rozszerzoną, omówioną wcześniej, wartość niepewności rozszerzonej obliczamy wg zależności:

$$U = k \cdot u_c(m) = 2 \cdot 0,023 \text{ mg} = 0,046 \text{ mg}$$

Ostateczny wynik pomiaru, czyli wskazanie wagi przy odważaniu masy 5 gramów wynosi:

$$m = (5000,00 \pm 0,05) \text{ mg}$$

czyli wartość mieści się w przedziale od 4999,95 mg do 5000,05 mg.

Niepewność wyniku pomiaru odzwierciedla brak dokładnej znajomości wartości wielkości mierzonej. Dokładna znajomość wartości wielkości mierzonej wymaga nieskończonej ilości informacji, więc w praktyce jest raczej nieosiągalna. Zjawiska wpływające na niepewność, a tym samym na fakt, że wyniku pomiaru nie można wyrazić za pomocą jedynej wartości, to źródła niepewności. W praktyce możemy zidentyfikować wiele możliwych źródeł niepewności, którymi są między innymi:

- niepełna definicja wielkości mierzonej,
- niedoskonała realizacja definicji wielkości mierzonej,

– nieprecyzyjne pobieranie próbek, tzn. mierzona próbka nie jest reprezentatywna dla definiowanej wielkości mierzonej,

– niepełna znajomość wpływu warunków środowiskowych na procedurę pomiarową lub niedoskonały pomiar parametrów charakteryzujących te warunki,

– subiektywne błędy w odczytywaniu wskazań przyrządów analogowych,

– niedokładnie znane wartości przypisane wzorcom i materiałom odniesienia,

– niedokładnie znane wartości stałych i innych parametrów, otrzymanych ze źródeł zewnętrznych i stosowanych w procedurach przetwarzania danych,

– upraszczające przybliżenia i założenia stosowane w metodach i procedurach pomiarowych,

– rozrzut wartości wielkości mierzonej uzyskanych podczas obserwacji powtarzanych w warunkach pozornie identycznych.

Powodzenie w szacowaniu niepewności pomiaru zależy od wnikliwej i poprawnej analizy całego procesu pomiarowego. Ważnym jest, aby szacowanie niepewności pomiaru było odpowiednie do jego dokładności, ponieważ nie zawsze wszystkie składowe mogą mieć wpływ na wartość wyniku pomiaru